



# LABORATORIO DE SEÑALES Y COMUNICACIONES

EXAMEN – 3 de Febrero de 2010. Duración 1 hora 40 minutos

--	--	--	--

Apellidos:	Nombre:
------------	---------

## EJERCICIO 1 (2 puntos)

Se tiene una señal  $x(t)$ , continua y de duración infinita en el dominio del tiempo, de tipo sinc, con un máximo absoluto de amplitud = 1 en el origen de tiempos, y con su primer cero situado en  $t_0=0,25$  seg.

- Dibuje  $|X(f)|$  que es el módulo del espectro de  $x(t)$ , con el eje de frecuencia en Hz. **(0.2 puntos)**
- Dibuje el módulo del espectro de la señal analógica  $x_p(t)$  resultante de muestrear  $x(t)$  idealmente (es decir, utilizando impulsos  $\delta(t)$  ideales), siendo la frecuencia de muestreo de  $f_s=8$  Hz. **(0.3 puntos)**
- Con la misma frecuencia de muestreo, dibuje el módulo del espectro de la señal analógica  $x_i(t)$  resultante de muestrear  $x(t)$  utilizando un muestreo instantáneo de 100% de ciclo de trabajo. **(0.4 puntos)**
- Con la misma frecuencia de muestreo, dibuje el módulo del espectro de la señal analógica  $x_n(t)$  resultante de muestrear  $x(t)$  utilizando un muestreo natural de 50% de ciclo de trabajo. **(0.4 puntos)**

Suponga otra señal continua y de duración infinita en el dominio del tiempo  $y(t)$ , que es la suma de dos señales sinusoidales de 1v de amplitud y una de frecuencia 3 Hz y otra de frecuencia 7 Hz. Se muestrea con la misma frecuencia de muestreo de  $f_s=8$  Hz.

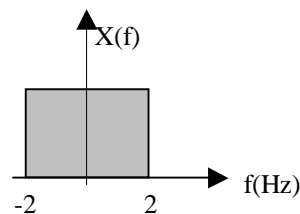
- Dibuje el módulo del espectro de la señal analógica  $y_p(t)$  resultante de muestrear  $y(t)$  idealmente (es decir, utilizando impulsos  $\delta(t)$  ideales). **(0.3 puntos)**

Esta última señal se reproduce en un altavoz tras reconstruirse idealmente con una frecuencia de muestreo para la reconstrucción de 8 Hz.

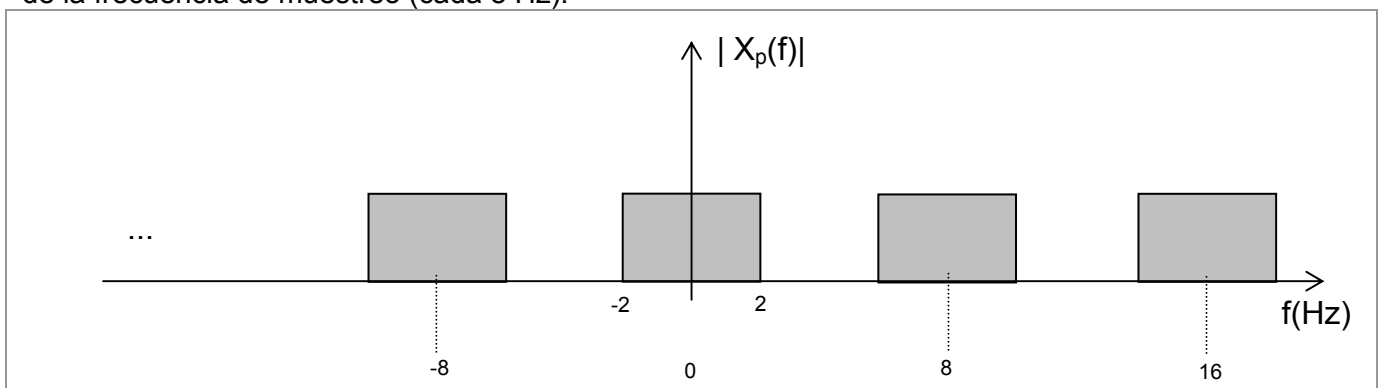
- Explique cómo es la señal reproducida y dibuje el módulo de su espectro. **(0.4 puntos)**

### Solución:

a) El espectro de una sinc es un pulso. Si el primer cero de la sinc es  $t_0=0,25$  seg, la anchura total del pulso (en frecuencia) es  $1/t_0 = 4$  Hz.

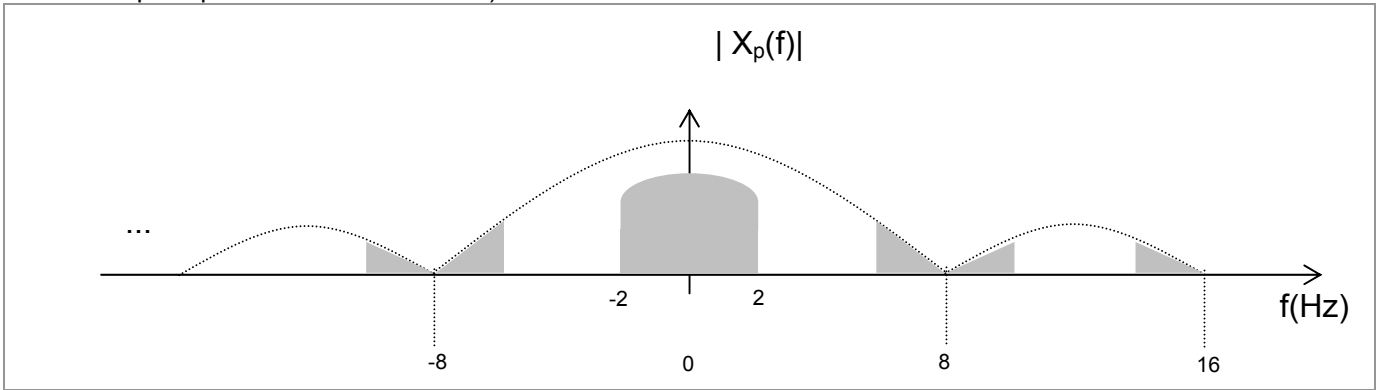


b) El muestreo ideal implica que el espectro de  $x_p(t)$  son réplicas del espectro de  $x(t)$ , en los múltiplos de la frecuencia de muestreo (cada 8 Hz):

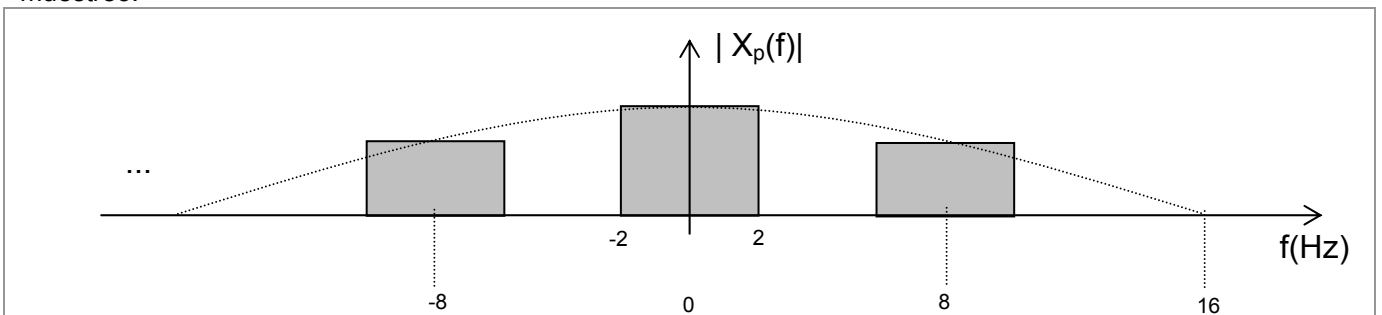


c) En el muestreo instantáneo, todo el espectro de  $x_p(t)$  (el espectro del muestreo ideal) se ve multiplicado por el espectro del pulso usado para muestrear:  $X_i(f)=P(f) \cdot X_p(f)$ . Puesto que el ciclo de trabajo es del 100% significa que la anchura de pulso de muestreo es igual al periodo de muestreo. Por consiguiente la sinc

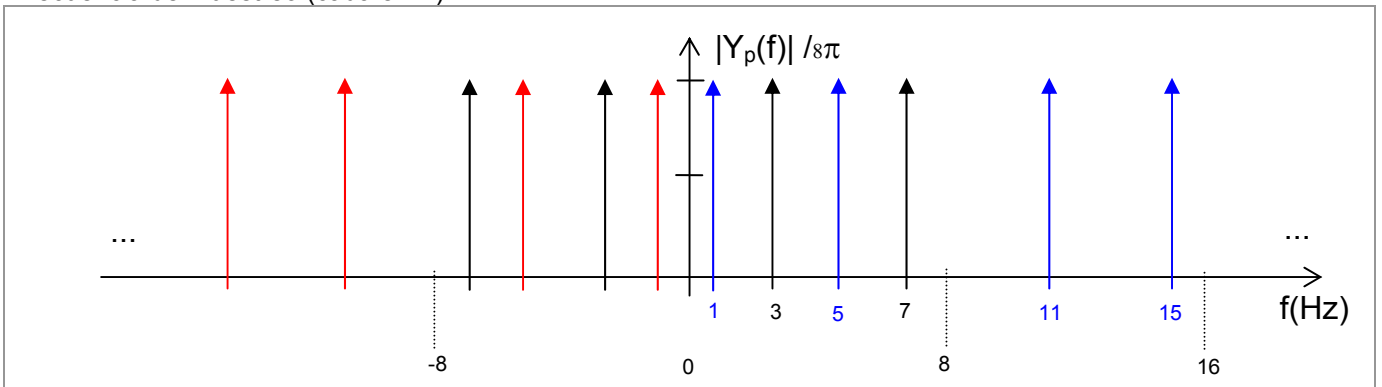
correspondiente al espectro de este pulso tiene el primer cero precisamente en la frecuencia muestreo (el lóbulo principal va desde  $-8$  a  $+8$  Hz):



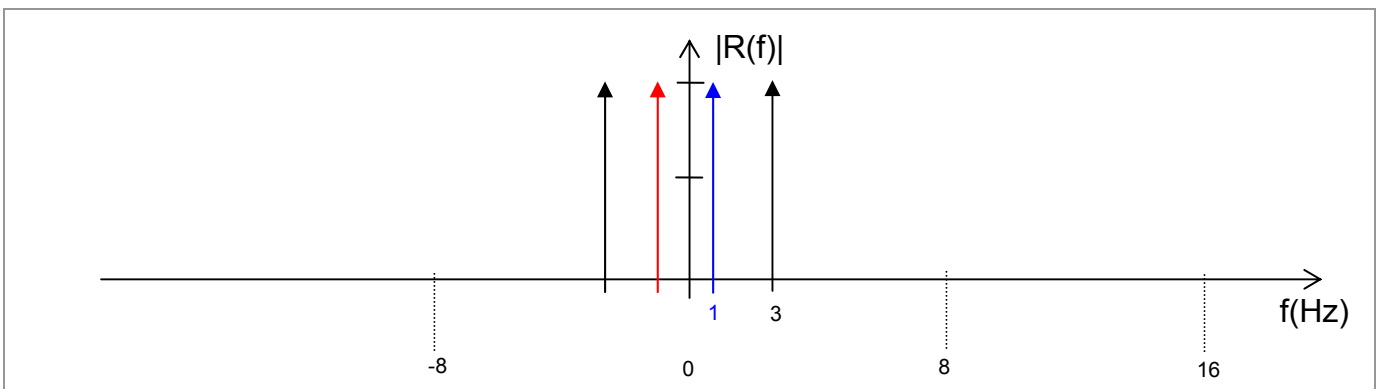
**d)** En el muestreo natural, cada réplica del espectro de banda de base se ve multiplicada por el valor del espectro del pulso usado para muestrear, en los múltiplos de la frecuencia de muestreo. El espectro de ese pulso es una sinc con el primer cero en 16 Hz, ya que la anchura del pulso de muestreo es el 50% del periodo de muestreo.



**e)** El muestreo ideal implica que el espectro de  $y_p(t)$  son réplicas del espectro de  $y(t)$ , en los múltiplos de la frecuencia de muestreo (cada 8 Hz):



**f)** La reconstrucción ideal implica un filtro paso bajo ideal de ancho de banda igual a la mitad de la frecuencia de muestreo, es decir 4 Hz. Por tanto la señal reproducida es el tono inicial de 3 Hz, más un tono de 1 Hz (correspondiente al submuestreo del tono inicial de 7Hz).



## EJERCICIO 2 (2 puntos)

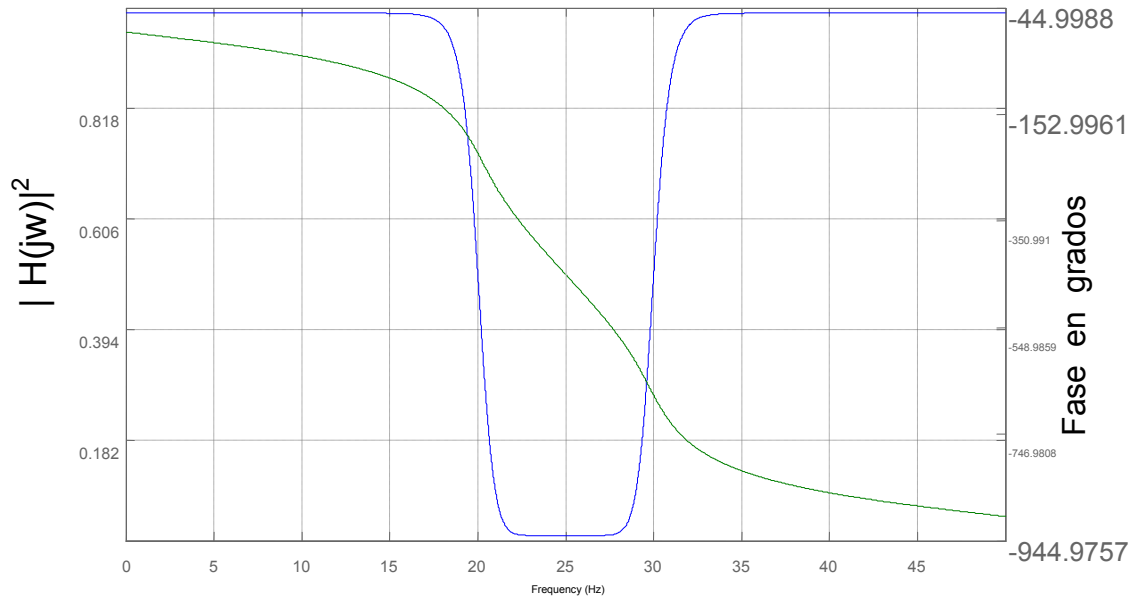
Las cuatro siguientes figuras representan las funciones de transferencia en módulo (eje de la izquierda) y fase (eje de la derecha) de sendos filtros digitales diseñados para eliminar un tono de 25Hz. (Los filtros funcionan a 100 muestras / segundo)

Escoja tres de ellos y caracterícelos rellenando la siguiente tabla, no solo ponga la respuesta sino que acompañela del razonamiento seguido para su discernimiento.

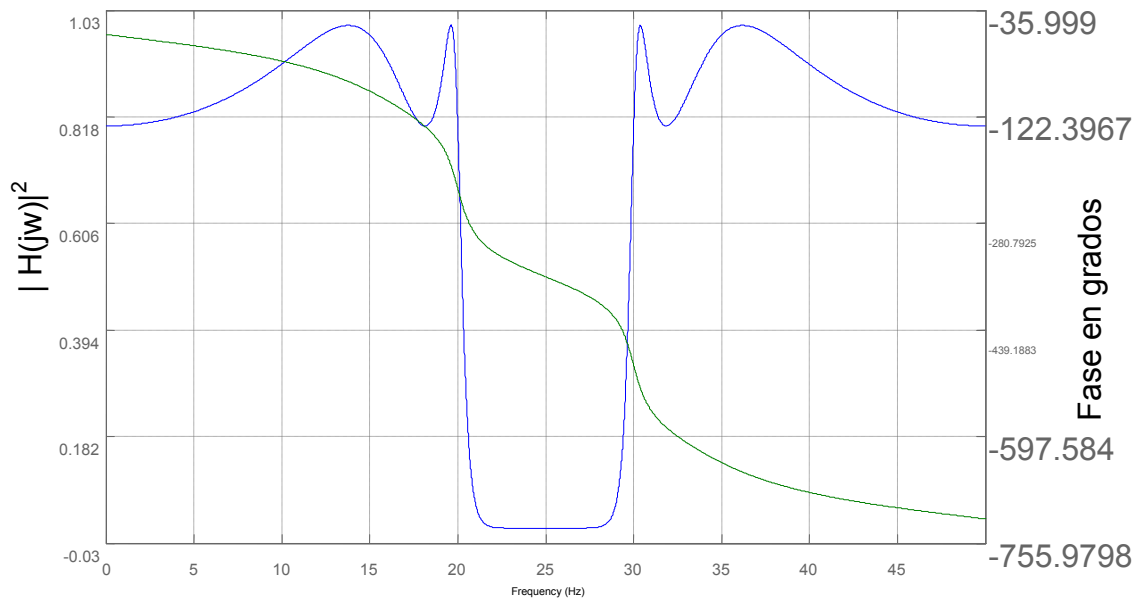
Filtro	Tipo: Butterworth, Elíptico, Etc.	Frecuencia de corte inferior (a - 3dB) aprox	Respuesta a $2 \cdot \cos[0.1n\pi]$ aprox	Número de polos
Filtro 1	Butterworth, porque no tiene rizado ni en la banda de paso ni en las bandas eliminadas	20Hz	$\sim 2 \cdot \cos[0.1n\pi]$ Error en fase $-20^\circ$	10 = $(-44 - (-944))/90$
Filtro 2	Chebyshev, tipo 1, porque únicamente tiene rizado en la banda DE PASO	20Hz 20,4Hz exacto	$\sim 2 \cdot \cos[0.1n\pi]$ $1.8 \cdot \cos[0.1n\pi]$ Error en fase $-30^\circ$	8 = $(-35 - (-755))/90$ 8 max y min relativos en la banda eliminada
Filtro 3	Chebyshev, tipo 2, porque únicamente tiene rizado en la banda ELIMINADA	20Hz 19,1Hz exacto	$\sim 2 \cdot \cos[0.1n\pi]$ Error en fase $-7^\circ$	6 = $(-26 - (-526))/90$
Filtro 4	Elíptico, porque tiene rizado en la banda de paso y en las bandas eliminadas	20Hz 20,4Hz exacto	$\sim 2 \cdot \cos[0.1n\pi]$ $1.96 \cdot \cos[0.1n\pi]$ Error en fase $-12^\circ$	6 = $(-26 - (-526))/90$

Todos los filtros permiten eliminar el tono de 25Hz, tratan casi igual a un tono de 5Hz, pero los filtros 3 y 4 introducen menor distorsión de fase en 5Hz y son menos complejos porque requieren un orden menor.

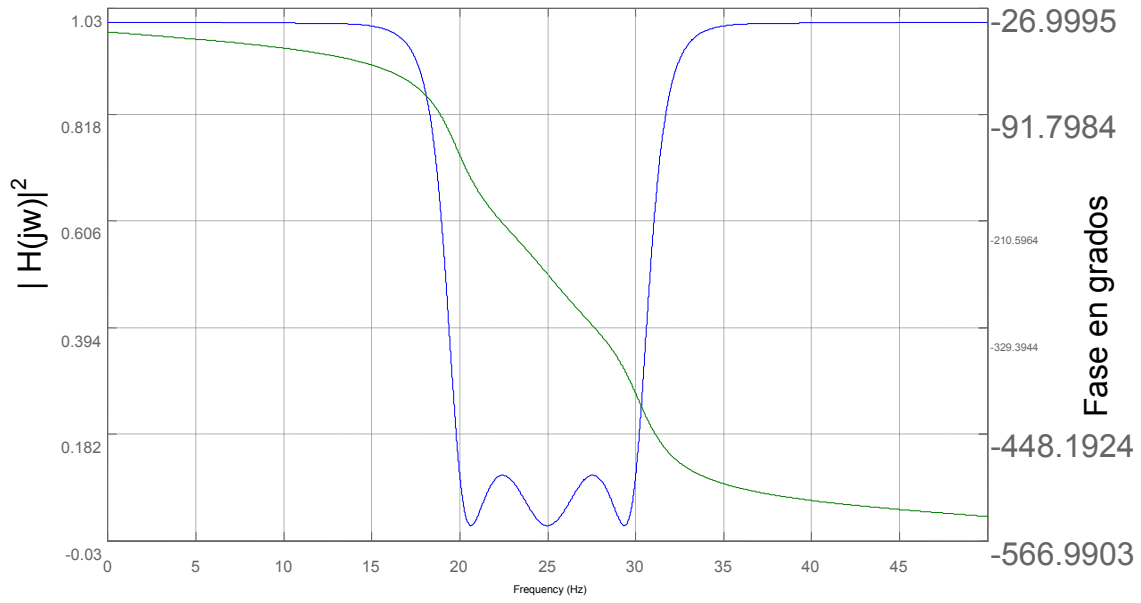
### Filtro 1



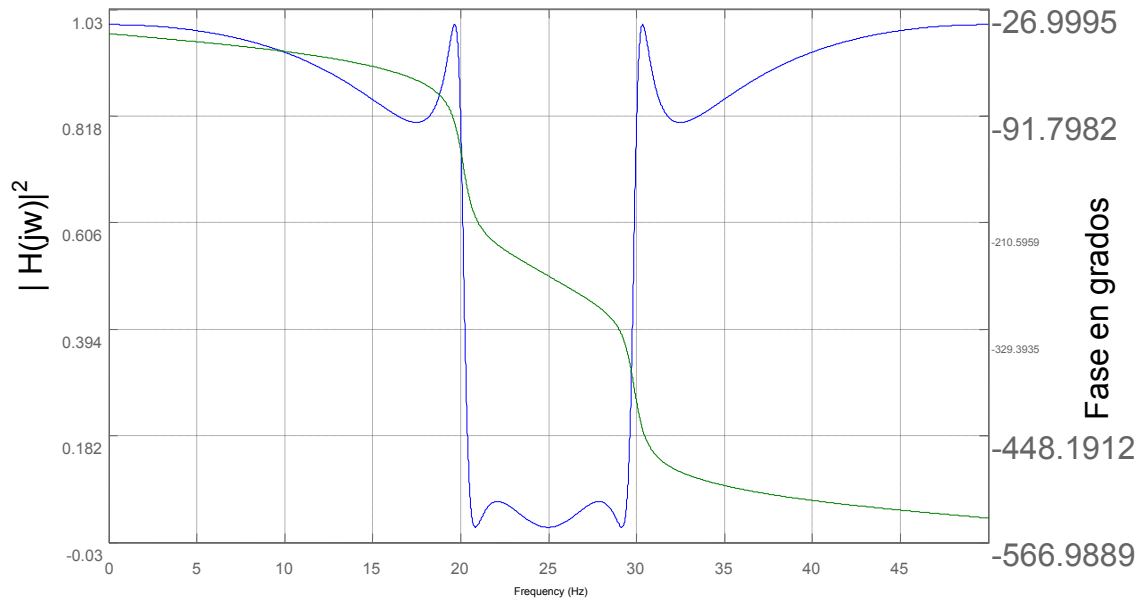
### Filtro 2



### Filtro 3

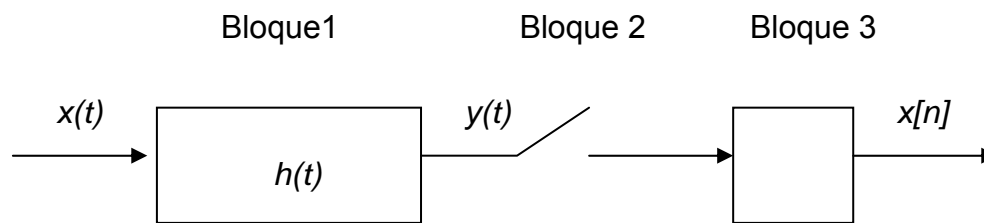


### Filtro 4



### EJERCICIO 3 (2 puntos)

La figura representa esquemáticamente un posible receptor para un sistema de transmisión en banda base,



Donde  $h(t)$ :

Para codificación Unipolar y bipolar NRZ, 
$$= \begin{cases} A & 0 \leq t < T \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

Para codificación Bipolar RZ al 50% y Manchester 
$$= \begin{cases} A & 0 \leq t < T/2 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

- Dé nombre y explique la función de cada uno de los tres bloques indicados en la figura **(0,6 p)**.
- Dibuje  $y(t)$  para los pulsos básicos de los cuatro tipos de codificación:
  - Unipolar NRZ
  - Bipolar NRZ
  - Bipolar RZ al 50% del ciclo
  - Mánchester**(0,4 p)**
- Para los anteriores cuatro tipos de codificación, represente la señal  $y(t)$  de salida del Bloque 1, cuando la secuencia transmitida es  $x[n] = \{1, 0, 0, 1\}$ , indicando los puntos relevantes en los ejes de amplitud y temporal. **(1 p)**

---

## SOLUCIÓN

a)

Bloque 1: Filtro adaptado. Realiza la correlación de  $h(t)$ , que tiene la forma del pulso de la codificación empleada, con la señal de entrada  $x(t)$ , con objeto de maximizar la salida en los instantes de decisión ( $nT$  para NRZ y  $nT/2$  para RZ al 50% y Manchester).

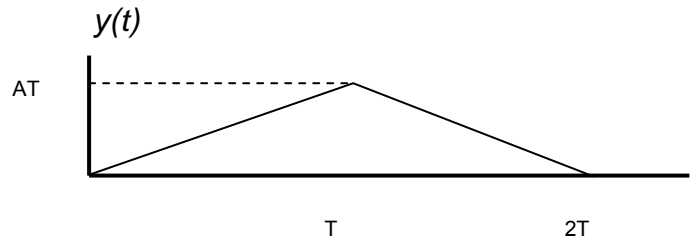
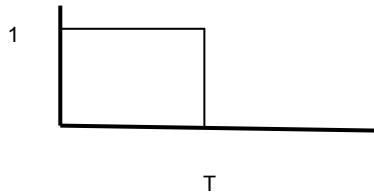
Bloque 2: realiza el muestreo de  $y(t)$  en los instantes de decisión (aquellos en los que el diagrama de ojo de recepción presenta una mayor apertura vertical)

Bloque 3: Sistema de decisión que, comparando con un umbral la señal a su entrada en los instantes de decisión, obtiene los símbolos 1 ó 0, según que el umbral se supere o no, respectivamente.

b) Para símbolo "1":

a.- y b.- Unipolar y bipolar NRZ, 
$$h(t) = \begin{cases} A & 0 \leq t < T \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

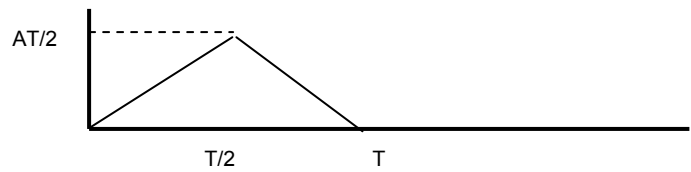
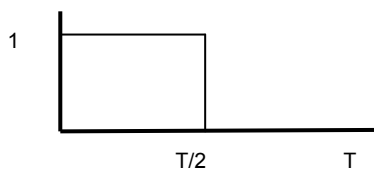
Pulso básico:



(figura invertida en ordenadas para los "0" del caso Bipolar)

(0,1 p)

c.- Bipolar RZ al 50%, y Manchester 
$$h(t) = \begin{cases} A & 0 \leq t < T/2 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

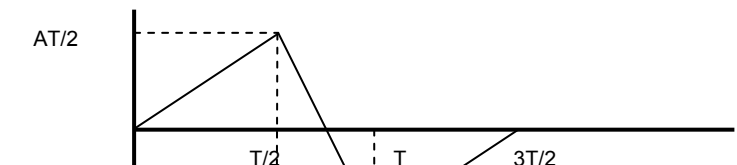
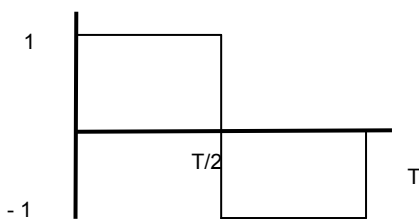


(figura negativa en ordenadas para los "0")

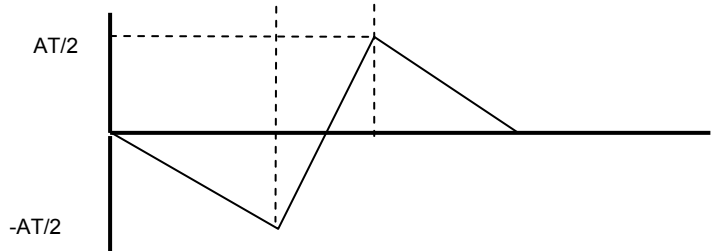
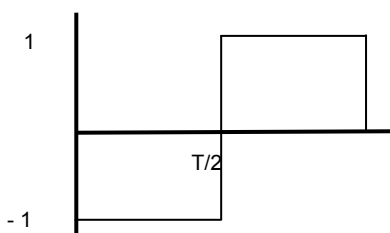
(0,1 p)

d.- Manchester (0,2 p)

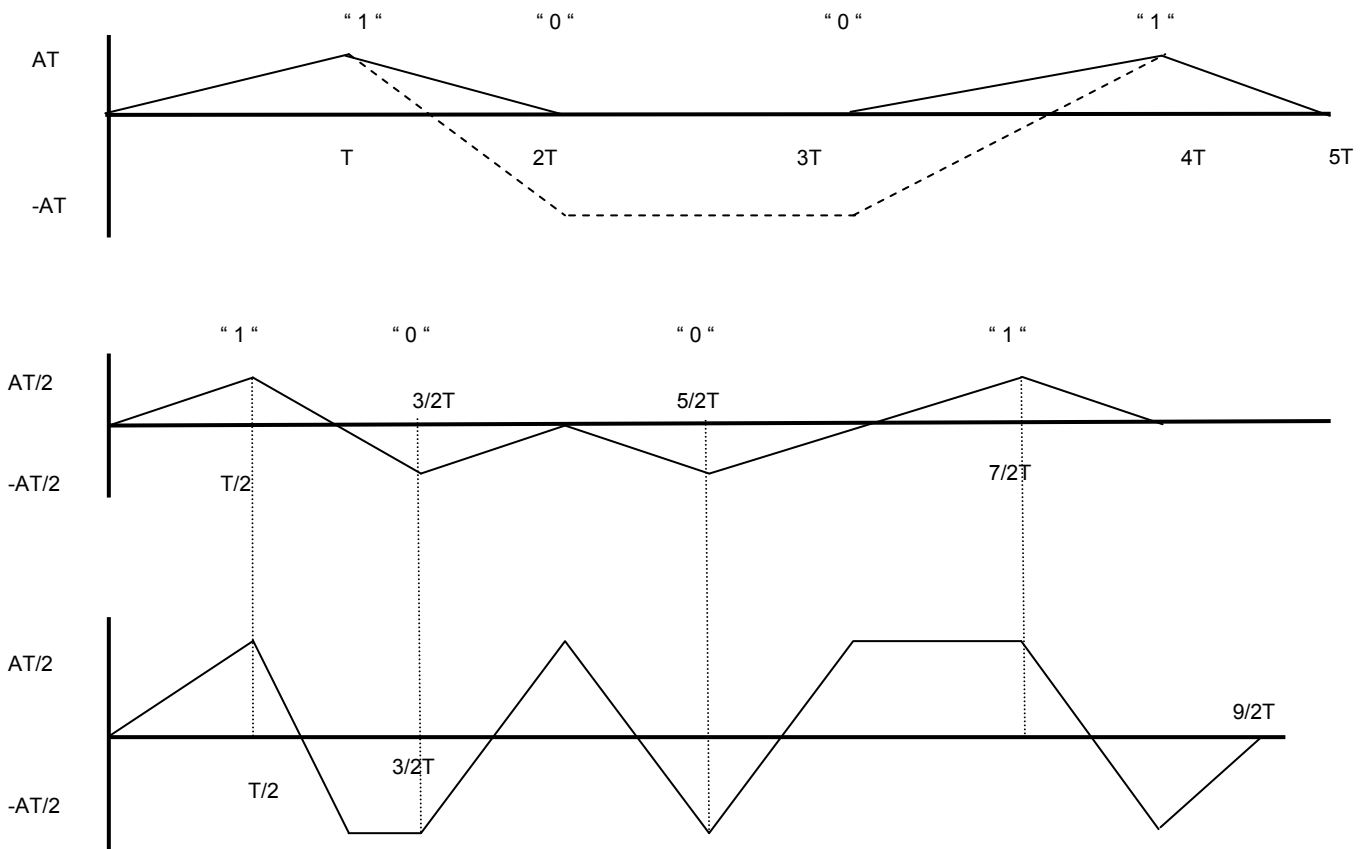
Símbolo "1"



Símbolo "0"



c) En la gráfica superior, la línea continua identifica a la señal unipolar y la de puntos bipolar (ambas NRZ).



(0,25p cada una de las gráficas).

## EJERCICIO 4 (2 puntos)

Dibuje, en el tiempo, la señal modulada en DBL que resulta de usar como señal moduladora un tono de larga duración  $\sin(2\pi \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot t)$  y como portadora  $\cos(2\pi \cdot 10^4 \cdot t)$ .

Dibuje el espectro de la señal modulada anterior.

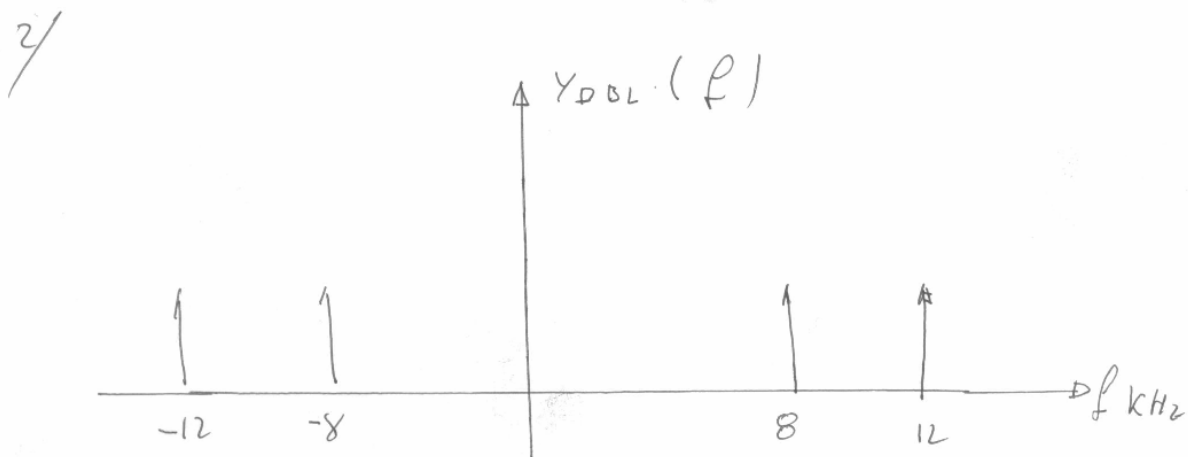
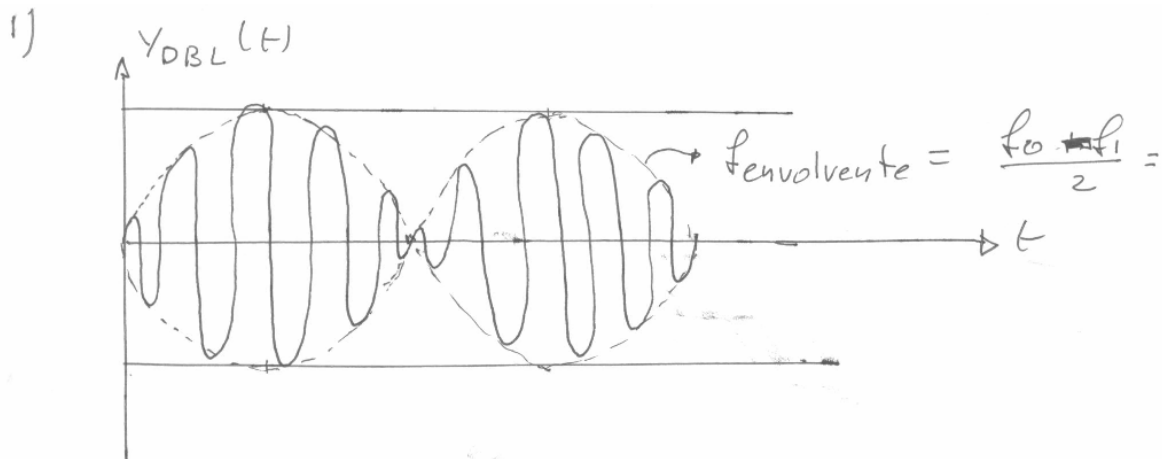
Dibuje su espectrograma teniendo en cuenta que la anchura de la ventana temporal usada para construirlo es  $\Delta t = 2 \cdot 10^{-3}$  seg.

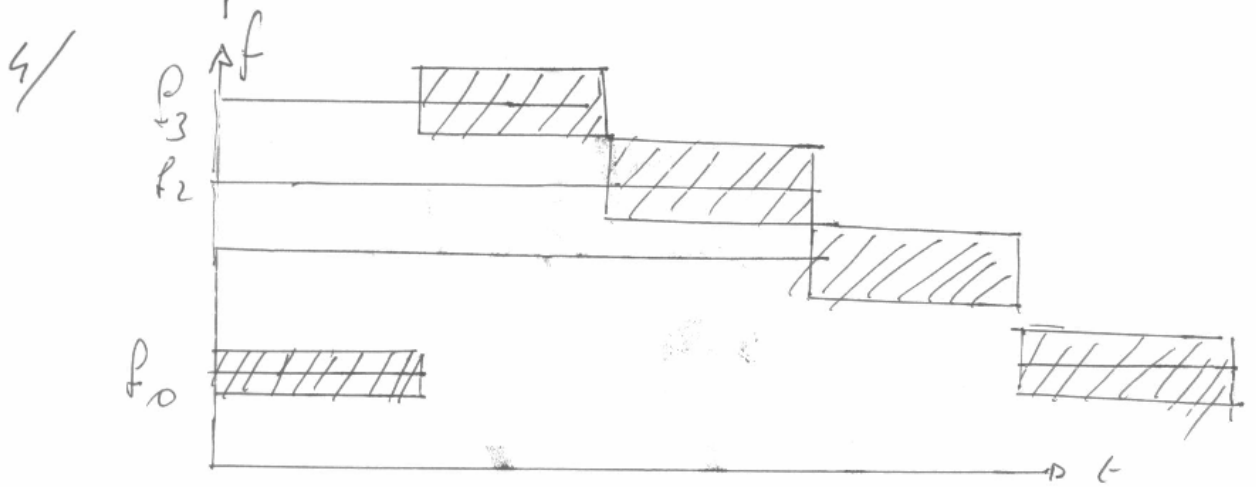
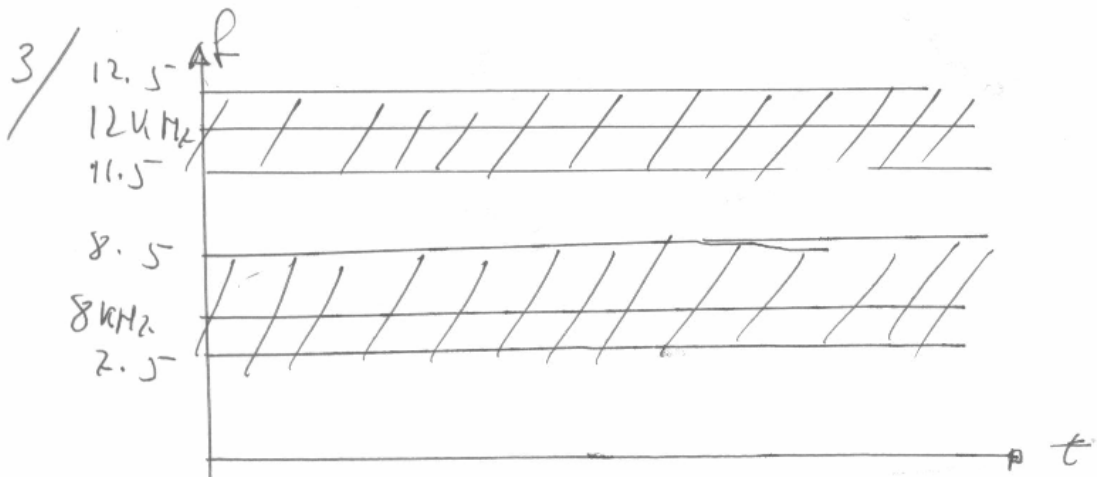
Suponga ahora un sistema de transmisión digital en el que se asigna a los siguientes símbolos las siguientes portadoras (siendo  $f_3 > f_2 > f_1 > f_0$ ):

- 00,  $\cos(2\pi \cdot f_0 \cdot t)$
- 01,  $\cos(2\pi \cdot f_1 \cdot t)$
- 10,  $\cos(2\pi \cdot f_2 \cdot t)$
- 11,  $\cos(2\pi \cdot f_3 \cdot t)$

Dibuje el espectrograma de la siguiente secuencia de símbolos 0011100100 suponiendo que la ventana temporal usada es menor que la duración de la transmisión de un símbolo.

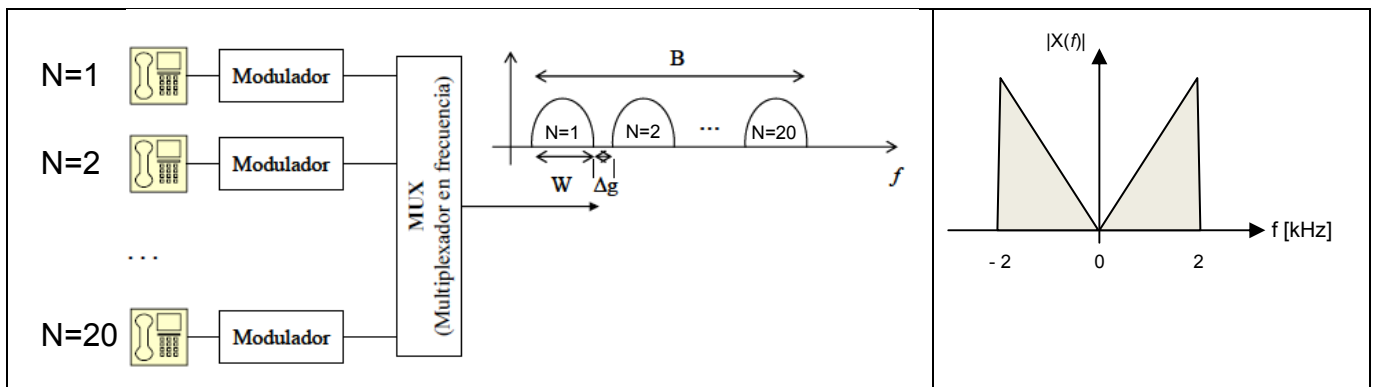
## SOLUCIÓN





## EJERCICIO 5 (2 puntos)

Un sistema de comunicaciones emplea un esquema de multiplexación en frecuencia para transmitir  $N=20$  canales de voz como el mostrado en la parte izquierda de la figura. Este esquema consiste en alojar cada canal de voz modulado en una portadora diferente ocupando el ancho de banda determinado por la modulación seleccionada. La parte derecha de la figura representa el espectro de un canal de voz en banda base que ocupa una banda de 2 kHz. Para ello, se plantea la posibilidad de emplear modulaciones DBL, BLU y FM. El índice de modulación en FM es igual a 3.



Responda **razonadamente** las siguientes preguntas: (**Indique claramente los valores representativos en cada eje**)

1) Dibujar el espectro de la señal de voz modulada en **DBL**, **BLU** y **FM** que se obtiene a la salida de uno de los moduladores suponiendo que ese modulador utiliza una portadora de 50 kHz. Indique el ancho de banda  $W$  del canal ocupado en cada caso. (**1 punto, sobre 2**)

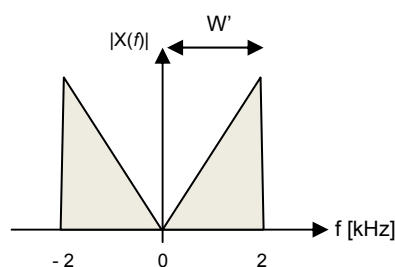
2) Calcular el ancho de banda  $B$  que se obtiene a la salida del multiplexador para cada una de las modulaciones (suponiendo que todos los moduladores trabajan con el mismo tipo de modulación DBL, BLU o FM), con un ancho de banda de guarda entre canales adyacentes  $\Delta g$  igual al 5 % del ancho de banda ocupado por cada canal. (**0.5 punto, sobre 2**)

Suponga ahora que dispone de un modulador DBL en el cual inyecta como moduladora una señal bipolar NRZ, resultante de codificar la secuencia "1010" con amplitud  $V^+ = +2V$ ,  $V^- = -2V$  y tiempo de bit de 1mseg.

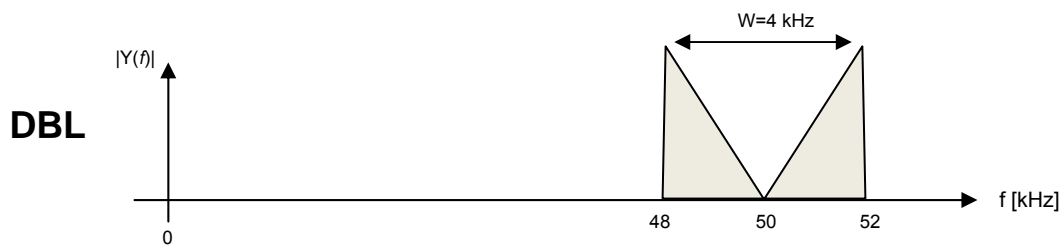
3) Dibuje la forma de onda resultante en el dominio del tiempo, teniendo la portadora una amplitud máxima  $A_c = +1V$  y un período 4 veces inferior al tiempo de bit. (**0.5 punto, sobre 2**)

### Solución:

1) A la entrada tenemos una señal moduladora  $x(t)$  en banda base con un ancho de banda de  $W' = 2$  kHz.



Los espectros de la señal de voz modulada son los siguientes:



El ancho de banda ocupado de un canal con la modulación DBL es de  $W=4$  kHz



El ancho de banda ocupado de un canal con la modulación BLU-S y BLU-I es de  $W=2$  kHz



El ancho de banda ocupado de un canal con la modulación FM ( $\beta=3$ ) según la regla de Carson es de  $W= 2(D+1)*f_m = 2(3+1)*2= 16$  kHz

2) Por lo tanto el ancho de banda B que se obtiene a la salida del multiplexador para cada una de las modulaciones es:

DBL:

$$B = N*W + ((N-1)*(\Delta g*W)) = (20*4) + (19*(0.05*4)) = 83.8 \text{ kHz}$$

BLU-S y BLU-I:

$$B = N*W + ((N-1)*(\Delta g*W)) = (20*2) + (19*(0.05*2)) = 41.9 \text{ kHz}$$

FM ( $\beta=3$ ):

$$B = N*W + ((N-1)*(\Delta g*W)) = (20*16) + (19*(0.05*16)) = 335.2 \text{ kHz}$$

3) La forma de onda resultante en el dominio del tiempo es la siguiente:

Sabemos que la modulación en doble banda lateral (DBL) es:

$$y(t) = x(t) * A_c \cos(\omega_c t)$$

Donde:

$x(t)$  es la señal moduladora de código Bipolar NRZ, amplitud  $V^+ = +2V, V^- = -2V$  y tiempo de bit  $T_b = 1 \text{ mseg}$ .

$A_c$  es la amplitud de la señal portadora,  $A_c = +1V$

$\omega_c$  es la frecuencia de la señal portadora,  $f_c = 4/T_b$

